

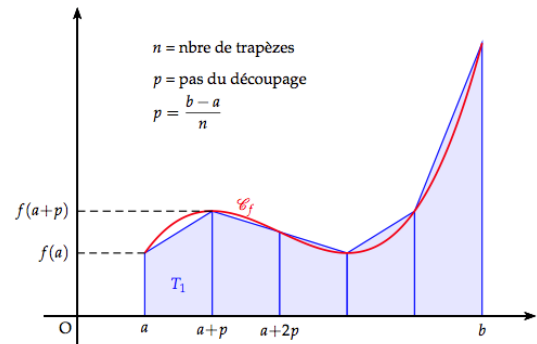


Mini-Projet sur Scilab

EXERCICE 1 : Intégrale : méthode des trapèzes

Vous avez certainement vu l'approche de l'aire sous une courbe à l'aide de la méthode de Riemann qui consiste à découper l'aire sous la courbe en deux séries de rectangles (l'une minorante et l'autre majorante). Les deux séries de rectangles tendent vers l'intégrale lorsque le découpage tend vers l'infini. On peut alors prendre l'une des deux séries pour donner une approximation de cette aire. L'approximation sera d'autant meilleure que le découpage est important.

On peut améliorer la vitesse de convergence de cette approximation en remplaçant les rectangles par des trapèzes comme le montre la figure ci-dessous.



Pour calculer l'aire du premier trapèze:

$$T_1 = \frac{(\text{Grande base} + \text{Petite base}) \cdot \text{hauteur}}{2} = \frac{[f(a) + f(a+p)] \cdot p}{2}$$

On fait ensuite un décalage de p pour calculer les aires des trapèzes suivants. L'approximation de l'aire sous la courbe est alors :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n T_i \text{ somme des aires des trapèzes}$$

Algorithme :

1. On initialise S à zéro.
2. À chaque boucle, on rajoute d'aire du trapèze : $\frac{[f(a) + f(a+p)] p}{2}$
3. On affiche S
4. On rentre dans Y_1 la fonction f .

Questions :

- a. écrire un programme pour calculer l'intégrale d'une fonction en prenant comme bornes de l'intégrale a et b .
- b. tester le programme avec une fonction de votre choix dont vous connaissez la valeur exacte.
- c. Après combien d'itérations la méthode des trapèzes approche la valeur exacte.

Variables : I, N entiers A, B, P réels
 f fonction

Entrées et initialisation

 Lire A, B, N
 $\frac{B-A}{N} \rightarrow P$
 $0 \rightarrow S$

Traitement

pour I de 1 à N **faire**

$S + \frac{[f(A) + f(A+P)] P}{2} \rightarrow S$
 $A + P \rightarrow A$

fin

Sorties : Afficher S

EXERCICE 2:

1. Construire les matrices suivantes : (choisissez la méthode la plus efficace) :
2. Calculer leurs déterminants

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

EXERCICE 3:

Nous utiliserons la fonction `grayplot(x,y,z)`, x étant un vecteur de taille n , y un vecteur de taille m et z une matrice de taille $n*m$, qui permet d'afficher les points de coordonnées $(x(i),y(j))$ avec la couleur $z(i,j)$ selon une «colormap», i.e. une fonction qui à un entier associe une couleur selon le codage du langage. Nous utiliserons une matrice carrée de taille 2^8 donnant la coloration des pixels selon une échelle de gris graduée de 0 à 255. Il suffit de récupérer le fichier `lena.csv` à l'adresse suivante : http://download.tuxfamily.org/tehessinmath/les_sources/lena.csv
Le préambule de notre fichier Scilab sera donc

```
funcprot(0);  
l=read('lena.csv',512,512); // on charge lena.csv placé dans le répertoire de travail  
lena=l'; // on met lena à l'endroit en transposant la matrice  
x=[1:512]; // la liste des abscisses  
y=[512:-1:1]; // la liste des ordonnées inversée pour avoir l'origine en bas à gauche  
xset('colormap',graycolormap(256)); // on choisit 256 niveaux de gris  
isoview(0,512,0,512); // on choisit une vue  
grayplot(x,y,lena) // faire apparaître Lena..
```

Questions :

1. Écrire le programme ci-dessus en utilisant Sci Notes
2. Modifier votre programme pour faire apparaître les images suivantes :

