

CONTROLE CONTINU 2 – Durée 2h

Calculatrices, Documents et Téléphone NON AUTORISES

0,5 points	<ul style="list-style-type: none"> • Laissez une MARGE de 2 cm à GAUCHE • Inscrivez votre GROUPE
0,5 points	<ul style="list-style-type: none"> • Soignez l'écriture • NUMEROTEZ vos feuilles doubles

Justifiez vos réponses !

Questions de cours : 4 points

- a) Soient $x, y \in \mathbb{R}$. Linéariser $\cos(x) \cdot \cos(y)$ (démontrer)
- b) Soit $a \in \mathbb{R}$. Démontrer la formule de $\tan(a)$ en fonction de $\tan\left(\frac{a}{2}\right)$ puis donner le domaine de validité de cette formule.
- c) Soient $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ et $\varphi : D' \rightarrow \mathbb{R}$ telles que $f(D) \subset D'$. Montrer que si f et φ sont respectivement k et k' -lipschitziennes, alors $\varphi \circ f$ est $k \cdot k'$ -lipschitzienne.

Exercice 1 : 6 points

- a) Linéariser $\cos^3(x)$.
- b) Résoudre sur \mathbb{R} : b.1) $\cos(5x) = \cos\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$ b.2) $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$
- c) Résoudre sur $] -\pi, \pi[$ l'équation suivante et placer les solutions sur le cercle trigonométrique :
 $\cos(3x) = \sin(x)$

Exercice 2 : 2 points

Montrer analytiquement, et en utilisant la définition d'une fonction strictement croissante, que la fonction *tangente* est strictement croissante sur $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

Exercice 3 : 4 points

Trouvez D_h , puis définissez les fonctions f et g pour que les fonctions h suivantes soient bien définies :

a) $h(x) = g \circ f(x) = \sqrt{\frac{1-2x}{5+4x}}$ b) $h(x) = g \circ f(x) = \tan\left(\frac{x}{2} + 1\right)$ c) $h(x) = g \circ f(x) = \frac{1}{\sqrt{\cos(x)}}$

Exercice 4 : 3 points

- a) Montrer que la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (-1)^{E(x)} \cdot (x - E(x))$ est périodique et donner sa période.
- b) Tracer son graphique.