

NOM et PRENOM : _____ **. GROUPE :** _____

Fonctions numériques d'une variable réelle. (10 points)

I. Déterminez le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \sqrt{x^2 - 1} \quad b) g(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 3x + 2} \quad c) h(x) = \text{Ln} \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 1} \right)$$

Réponses : a) $D_f =$ _____

b) $D_g =$ _____

c) $D_h =$ _____

II. Calculez les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 + 3}{x^3 - 2x^2 + 4} = \text{_____}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 2x - 3} = \text{_____}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 2}}{x + 1} = \text{_____}$$

III. Donnez la dérivée des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \text{Ln}(x^2 + 1) \quad b) g(x) = \frac{x + 3}{x - 1}$$

Réponse: a) $f'(x) =$ _____ b) $g'(x) =$ _____

IV. On donne le prix P et le coût total C_t en fonction de la quantité :

$$P = -2Q + 12 \quad C_t = \frac{1}{21}Q^3 - Q^2 + 12Q$$

a) Déterminez la fonction revenu marginal. $R_m =$ _____

b) Déterminez la fonction coût marginal. $C_m =$ _____

Les suites numériques : (5 points)

I. Montrez que les suites suivantes sont convergentes (avec $n > 1$) :

$$a) U_n = \frac{6n - 5}{2n + 3} \quad b) V_n = \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$$

Réponse: a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n =$ _____ b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n =$ _____

II. La production d'une entreprise est de 200000 unités la première année. Cette production augmente de 10000 unités par an.

a) Quelle est la nature de cette série ? Réponse: _____

b) Combien produira-t-elle la 8^{ème} année ? $U_8 =$ _____

c) Quelle sera la somme des productions de ces 8 premières années ? $S_8 =$ _____

Calculer les intégrales suivantes : (5 points)

$$a) \int_{-1}^1 (5x^4 + 3x^2 + 1) dx = \text{_____}$$

$$b) \int 20x^3 (x^4 + 1)^4 dx = \text{_____}$$

$$c) \int_1^e \text{Ln} x dx = \text{_____}$$