



Examen final de Probabilités

Professeur : A. Bouamaine

Durée : 2 H

Instructions : Documents non autorisés

Exercice 1.

Un dépistage systématique concernant un éventuel trouble de l'audition est effectuée à la naissance. On sait que 2% des nouveau-nés présentent des troubles de l'audition. Ce dépistage commence par un test donnant 95 % des résultats positifs pour les nouveau-nés atteints de ces troubles et 6 % de résultats positifs pour les bébés indemnes de ces troubles.

1. Quelle est la probabilité qu'un nouveau-né pris au hasard soit atteint de ces troubles sachant que le test a donné un résultat positif ?
2. Quelle est la probabilité qu'un nouveau-né pris au hasard soit indemne de ces troubles sachant que le test a donné un résultat négatif ?

Exercice 2

Soit X une variable aléatoire de densité de probabilité f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. A quelle condition sur λ , f est une densité de probabilité d'une variable aléatoire X
2. Calculer l'espérance mathématique de X et sa variance
3. Déterminer la fonction de répartition de la variable X
4. Calculer la probabilité suivante : $P[X > t + s / (X > t)]$ (t et s sont positifs)
5. On suppose que la variable X, représente la durée de vie en années d'un circuit électronique de loi ci-dessus avec $\lambda = 0,2$
 - 5.1 Calculer la probabilité qu'un circuit fonctionne au moins un an $P \geq 1 = 1 - P(x < 1) = P[x=2]$
 - 5.2 Sachant que ce circuit a déjà fonctionné un an, calculer la probabilité qu'il fonctionne encore au moins un an $1 - P[x=0] \times P[x=1]$
6. Déterminer la fonction de répartition de la variable $Y = X^2$ et sa densité de probabilité